Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Types de tirages 3

Exercice :

Une urne U_1 contient sept boules indiscernables au toucher

$\begin{cases} 3 \text{ boules blanches numérotées : } 0 ; 1 ; 2 \\ 4 \text{ boules noires numérotées : } 0 ; 1; 2; 2 \end{cases}$

1°) On tire simultanément trois boules de l'urne U_1.

a) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : "avoir 3 boules de même couleur"

B : " avoir 3 boules dont la somme des numéros est impaire"

b) Calculer $p(A \cap B)$; $p(A/B)$; $p(\overline{B}/A)$ **et** $p(A/\overline{B})$.

2°) On dispose d'une autre urne U_2 contient : $\begin{cases} 4 \text{ boules blanches} \\ 1 \text{ boules noires} \end{cases}$ et d'une pièce de monnaie truquée telle que la probabilité d'apparition du coté face est égale à $\frac{1}{3}$.

On lance la pièce de monnaie une fois.

- Si le coté visible est face, on tire simultanément deux boules de U_1 .
- Si le coté visible est pile, on tire successivement et avec remise deux boules de U_2 et on considère

les évènements suivants :

F : "avoir le coté face sur la pièce de monnaie"

D : " avoir 2 boules de couleurs différentes"

a) Calculer $p(D/F)$; $p(D/\overline{F})$ et en déduire $p(D)$.

b) Si les deux boules tirées sont de même couleurs différents, quelle est la probabilité que le coté visible sur la pièce de monnaie soit face ?

a) $A = \{3B \text{ ou } 3N\}$

$$p(A) = \frac{C_3^3 + C_4^3}{C_7^3} = \frac{1}{7}$$

$B = \{2 \text{ pairs} + 1 \text{ impaire}\}$

$$p(B) = \frac{C_5^2 \times C_2^1}{C_7^3} = \frac{4}{7}$$

b) $A \cap B = \{(2Bp \text{ et } 1B_{imp}) \text{ ou } (2Np \text{ et } 1R_{imp})\}$

$$p(A \cap B) = \frac{C_2^2 \times C_1^1 + C_3^2 \times C_1^1}{C_7^3} = \frac{4}{35}$$

- $p(A/B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{\frac{4}{35}}{\frac{20}{35}} = \boxed{\dfrac{1}{5}}$

- $p(\bar{B}/A) = 1 - p(B/A)$

$= 1 - \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$

$= 1 - \dfrac{\frac{4}{35}}{\frac{1}{7}} = \boxed{\dfrac{1}{5}}$

- $p(A/\bar{B}) = \dfrac{p(A \cap \bar{B})}{p(\bar{B})}$

$= \dfrac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)} = \dfrac{\frac{1}{7} - \frac{4}{35}}{1 - \frac{20}{35}} = \boxed{\dfrac{1}{15}}$

2) $p(D/F) = \dfrac{C_3^1 \times C_4^1}{C_7^2} = \boxed{\dfrac{12}{21}}$

$p(D/\bar{F}) = \dfrac{4^1 \times 1^1}{5^2} \times 2 = \boxed{\dfrac{8}{25}}$

- $p(D) = p(D \cap F) + p(D \cap \bar{F})$

$= p(D/F) \cdot p(F) + p(D/\bar{F}) \cdot p(\bar{F})$

$= \dfrac{12}{21} \times \dfrac{1}{3} + \dfrac{8}{25} \times \dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{212}{525}}$

b) $p(F/D) = \dfrac{P(F \cap D)}{P(D)}$

$= \dfrac{P(D/F) \cdot P(F)}{P(D)}$

$= \dfrac{\frac{12}{25} \times \frac{1}{3}}{\frac{212}{525}} = \boxed{\dfrac{21}{53}}$